SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN DE GRADO 2022 – Segundo Semestre 2022

"La experiencia matemática como experimentación diagramática y su potencial epistemológico"

Docente a cargo: Dra. Norma Beatriz Goethe
Con la colaboración especial de Gustavo Morales, Matías Saracho y Erika Ortiz
Escuela de Filosofía & Centro de Investigaciones (CIFFyH), UNC

PROGRAMA DEL SEMINARIO

Breve introducción e identificación del problema que planteamos en nuestro seminario

En seminarios y estudios recientes consideramos los diferentes modos de razonamiento involucrados en la resolución de problemas y su rol en el crecimiento del conocimiento matemático. A partir de las estructuras argumentativas investigadas en diversos casos de estudio de la historia de la practica matemática, proponemos en el presente seminario focalizar puntualmente en el rol de la iconicidad de los diferentes modos de representación en los procesos de resolución de problemas matemáticos, así como su relación con su validación a través de la prueba. A partir de Peirce, hemos comprendido mejor que la exploración de los objetos de estudio de la matemática supone la combinación y yuxtaposición de diferentes modos de representación, y todos ellos son icónicos en un sentido rudimentario puesto que codifican la información por medios visuales y espaciales. En virtud de su iconicidad, la representación matemática es la herramienta mediante la cual el investigador transforma el espacio combinatorio generando las condiciones para que el resultado buscado se pueda deducir con necesidad. En ese contexto, planteamos el problema general del presente seminario: investigar la compleja dinámica de la experimentación diagramática que permita comprender la relación que el agente establece entre la representación matemática junto a sus herramientas de trabajo, su manipulación productiva y la conceptualización de los objetos de estudio en cada caso. En particular, buscaremos elucidar la noción misma de diagrama, sus recursos cognitivos, y la indispensabilidad de la experimentación diagramática por parte del agente para arribar deductivamente a los resultados de la investigación.
Por otra parte, la perspectiva axiomática contemporánea pretende desplazar del centro de atención todos los aspectos del razonamiento relevantes a la resolución de problemas por considerarlos como etapa preliminar y meramente preparatorios hacia el trabajo consolidado que se presenta en forma sistemática, en cuyo caso las pruebas que demuestran los resultados obtenidos – teoremas - juegan el papel fundamental como garantes de su validez. Es a partir del cuestionamiento de esta perspectiva excluyente que volvemos la mirada al estudio de la práctica del investigador en las ciencias exactas con especial énfasis puesto en la resolución de problemas, considerando la dinámica de las estrategias metodológicas que llevan a una resolución exitosa, y sus herramientas de trabajo en casos de aportes fructíferos e innovadores. En este contexto hablamos de "experiencia matemática" considerando que ella involucra una complejidad - incluye nociones como la de experimentación, generalización, pensamiento visual, diseño y transformación de diagramas, así como otras herramientas de trabajo - que la contundencia de sus resultados y la miopía de una tradición vuelve subterránea.

Contenidos del seminario

En el presente seminario profundizaremos los temas de estudio a través de tres bloques temáticos con sus respectivas bibliografías:

A- Peirce y la paradoja entre necesidad y novedad en la matemática

- Con la colaboración de Matías A. Saracho (UNC)

La respuesta de Peirce a la paradoja entre la necesidad y la novedad del razonamiento matemático deja abierta diversas cuestiones que necesitamos clarificar. Una de ellas y a la cual nos abocaremos en este bloque (A) del seminario, es el concepto mismo de diagrama, central en esta concepción del razonamiento matemático. Notemos que el uso que hace Peirce de la noción de diagrama es mucho más amplio que el uso geométrico de esta noción. Un diagrama, según Peirce, no es solo un conjunto de trazos sobre el papel, como los diagramas euclídeos. Peirce considera el álgebra e incluso el lenguaje natural como distintos sistemas de diagramatización. En general, un diagrama es para Peirce un ícono de la forma de una relación. En este marco, Peirce distingue entre diferentes tipos de diagramas, no solo ópticos sino también acústicos y táctiles. Así, una figura geométrica es un diagrama óptico, mientras que el álgebra o el lenguaje natural serían para Peirce ejemplos de diagramas auditivos. Peirce no ofrece ejemplos de un diagrama táctil, pero un modelo tridimensional de un objeto geométrico u otro tipo de maquetas pueden ser un caso de este tipo de diagramas. En este bloque proponemos: (1) a modo de introducción, explorar en líneas generales este conjunto de ideas en torno al razonamiento deductivo de Peirce quien sostiene que todo razonamiento humano es diagramático, un aspecto que mayormente ha sido dejado de lado por la historia de la lógica y la epistemología. (2) En segundo lugar, proponemos focalizar en esta amplia noción de diagrama implícita en su concepción. Se trata del tema central de este bloque del seminario. (3) Finalmente, a modo programático, nos preguntaremos sobre la posibilidad de aplicar esta noción a los problemas planteados en el contexto de la filosofía de la práctica matemática en torno a la naturaleza del razonamiento matemático. Notemos aquí, que distintos autores han visto en la noción de deducción teoremática una concepción creativa de la deducción. Según Peirce, “it is hardly credible however that there is anybody who does not know that mathematics calls for the profoundest invention, the most athletic imagination, and for a power of generalization in comparison to whose every-day performances the most vaunted perform,ances of metaphysical, biological, and cosmological philosophers in this line seem simply puny” (Peirce, 1908, p. 435). Esto mismo hace difícil, según Peirce, enmarcar la deducción en la distinción estándar entre razonamiento explicativo y razonamiento ampliatorio.

Bibliografía – Bloque A

Ambrosio, C., & Campbell, C. (2017). The Chemistry of Relations: Peirce, Perspicuous Representations, and Experiments with Diagrams. En Peirce on Perception and Reasoning (pp. 86-106). Routledge.

Grosholz, (2007). Representation and Productive Ambiguity in Mathematics and the Sciences. OUP.

Grosholz, (2016). Starry Reckoning - Reference and Analysis in Mathematics and Cosmology. Springer

Klein, U. (2001). The Creative Power of Paper Tools in Early Nineteenth-Century Chemistry. En U. Klein, A. J. Rocke, Tools and Modes of Representation in the Laboratory Sciences. Dordrecht: Kluwer.

Peirce, Ch. S. (2010). [The Nature of Mathematics]. En M. E. Moore (Ed.), Philosophy of Mathematics: Selected Writings. Indiana University Press.

Peirce, Ch. S. (1976). PAP (293). En C. Eisele (Ed.) The New Elements of Mathematics, (4.313). Mouton.

Peirce, Ch. S. (1906). Prolegomena to an Apology for Pragmaticism. The Monist, 16(4), 492-546.

Peirce, Ch. S. (1885). On the Algebra of Logic: A Contribution to the Philosophy of Notation. American Journal of Mathematics, 7(2), 180-202 (CP 3.359-403).

Stjernfelt, F. (2011). Peirce’s Notion of Diagram Experiment. Corrollarial and Theorematical Experiments with Diagrams. En R. Heinrich, E. Nemeth, W. Pichler (Eds.), Image and Imaging in Philosophy, Science and the Art: Kirchberg, 2010 (vol. 2, pp. 305-340).

B- Grosholz: la superación del contraataque formalista y el retorno a las ideas seminales de Peirce y el razonamiento informal

- Con la colaboración de Erika R.Ortiz (UNC)

El enfoque formalista propone leer un teorema como una línea en una secuencia de fórmulas de un lenguaje formal que se obtiene a partir de axiomas por medio de reglas de inferencia lógicamente válidas, donde la validez es de carácter sintáctico y las reglas indican cómo transformar una fórmula o conjunto de fórmulas en otra fórmula sin atender a contenido alguno. Notemos que se trata de in vaciamiento de contenidos que son relevantes a la resolución de problemas, pero el formalista los considerada propios de una etapa preliminar – meros preparatorios hacia el trabajo consolidado a través de pruebas en forma sistemática, siendo las pruebas formales las que - por validar los resultados obtenidos – teoremas - juegan el papel fundamental. Sin embargo, el intento de transformar las pruebas en meras derivaciones formales, a fin de garantizar el rigor de los resultados alcanzados, termina por oscurecer y distorsionar los procesos mediante los cuales los resultados matemáticos son obtenidos y justificados, puesto que ambos procesos están justamente indisolublemente ligados.

Según Grosholz (2016), la heterogeneidad del discurso presente en las pruebas viene dado porque los teoremas constituyen problemas resueltos y los problemas requieren la mayoría de las veces para su resolución de la interacción de diferentes dominios. Mientras las estrategias de resolución de problemas están orientadas a la exploración de las relaciones establecidas a partir de discursos heterogéneos, los teoremas constituyen una exposición de las relaciones ya establecidas por el matemático y evaluadas en el marco del conocimiento disponible. De esta manera, el estudio de los teoremas resultantes requiere focalizar en los procedimientos de transformación de las representaciones - ligados a la experiencia matemática. Estos procedimientos dependen del dominio donde se sitúa el problema con sus herramientas y el conocimiento disponible codificados en diversos lenguajes especializados, lo cual otorga a los teoremas, según Grosholz (2007, 2016), un carácter fundamentalmente histórico.

A fin de mostrar que los procesos de prueba y resolución de problemas son interdependientes se requiere no reducir los teoremas a una mera derivación en un sistema formal, sino partir de una caracterización más satisfactoria de la prueba. En este punto recuperamos a Larvor (2012) y su noción de lógica como el estudio sistemático de las acciones inferenciales involucradas en las pruebas. Según Larvor las pruebas son “argumentos esencialmente informales”, lo cual viene dado porque ellas dependen tanto de la forma como del contenido. Las pruebas informales requieren de dominios con características adecuadas que permiten ciertas clases de inferencias. Estas inferencias involucran acciones con dos implicancias: por un lado, no son acciones sólo sobre fórmulas de lenguajes formales sino también diagramas, notaciones especializadas; por otro lado, en tanto que constituyen o involucran procesos de manipulación son mejor caracterizadas en términos de acción.

Veremos que Larvor (2019) focaliza en las pruebas diagramáticas señalando que se caracterizan por la presencia de acciones inferenciales no universales (topic-specific moves) que las hace esencialmente informales. Este es un rasgo que comparte con las diferentes pruebas matemáticas independientemente del uso o no de diagramas. Con la particularidad que las pruebas diagramáticas constituyen casos paradigmáticos de pruebas esencialmente informales, pues la distorsión que sufren al intentar ser transformadas en derivaciones formales es más saliente. Asimismo, muestra que dichas pruebas pueden ser rigurosas si son puestas en relación con otras prácticas inferenciales, incluidas otras prácticas que no se caractericen por la presencia de acciones inferenciales sobre diagramas, sino también con otro tipo de notaciones. A partir de lo cual destaca, al igual que Grosholz, que la heterogeneidad presente en las pruebas es producto de la relación entre diferentes dominios para la resolución de problemas.

A partir de esto, proponemos en este segmento el estudio de casos de resolución de problemas que llevan a resultados innovadores, especialmente aquellos que involucran inferencias diagramáticas dado que constituyen casos paradigmáticos de argumentos esencialmente informales. Su estudio nos permitirá observar cómo, la resolución de estos problemas genera cambios en los criterios de rigor y, en consecuencia, mostrar que el establecimiento de teoremas no puede ser comprendido con independencia del estudio de la resolución problemas en su contexto histórico.

Bibliografía – Bloque B

Grosholz, E. R. (2016), Starry Reckoning: Reference and Analysis in Mathematics and Cosmology. Cham: Springer.

Grosholz, E. R. (2007), Representation and productive ambiguity in mathematics and the sciences. Oxford: Oxford University Press.

Larvor, B. (2019). From Euclidean geometry to knots and nets. Synthese, 196(7):2715–2736

C- Turing y su distanciamiento de los enfoques formalistas y logicistas de su época

- Con la colaboración de José-Gustavo Morales (UNC)

La obra de Alan Turing despierta el interés en diferentes ámbitos disciplinarios como la matemática, la ciencia de la computación, la epistemología y la sociología. Nuestro interés en este bloque del seminario, se centra en temas relevantes al ámbito de la filosofía de la práctica matemática con énfasis en las acciones del agente cognitivo y sus herramientas de trabajo. Estudiaremos, en particular, la dinámica entre aspectos lógicos y epistemológicos en dos artículos de Turing, los cuales ilustran la versatilidad del autor para abordar temáticas pertenecientes a dominios diferentes como lo son la teoría de números y la filosofía de las matemáticas. Se trata de "On the computable numbers with an application to the Entscheidungsproblem" (en adelante, OCN, 1636/7) - en donde se realiza un análisis de la noción de "cálculo efectivo"- y el texto: "The reform of mathematical notation" (en adelante, RMN) 1944/5)- un texto inédito donde Turing deja entrever su concepción sobre las matemáticas y la lógica desde la perspectiva del agente cognitivo. Las investigaciones de Juliet Floyd han mostrado que existe un hilo conductor que permite vincular los citados artículos de Turing. Para ello es preciso focalizar en el papel que el análisis de Turing confiere a la dimensión cognitiva del agente humano que computa y resuelve problemas.

En OCN Turing atiende al hecho obvio, pero no trivial de que una serie de instrucciones o reglas para realizar una tarea suponen un agente humano que es quien ejecuta tales acciones perfectamente reguladas. Su reflexión se centra en las capacidades cognitivas requeridas para realizar un cálculo: ¿qué hace básicamente una persona cuando lleva a cabo un proceso mecánico? ¿Escribe ciertos símbolos? ¿Qué herramientas necesita para hacer esto? Luego, ¿mantiene su atención sobre esos símbolos? y ¿sobre cuántos de ellos a la vez? ¿Qué acción inferencial realiza al momento de escribir un nuevo símbolo y de qué depende tal acción? La elucidación del rol de la interfaz humana resulta decisiva, ya que permite plantear el primer paso de su análisis en OCN y definir así la estrategia metodológica que atraviesa todo el artículo.

En RMN, como ha señalado Juliet Floyd (2013), Turing plantea un distanciamiento claro con los enfoques formalistas y logicistas de su tiempo. Turing destaca justamente esto ultimo en RMN:

> It would not be advisable to let the reform take the form of a cast-iron logical system into which all the mathematics of the future are to be expressed. (Turing 1944/5, 215)

La cuestión de la notación matemática y su uso por parte de un agente se presenta en este artículo como un aspecto de la experiencia matemática determinante para definir las estrategias de resolución y aportar condiciones de inteligibilidad al objeto de estudio. Constituyen herramientas sofisticadas cuya finalidad es potenciar las capacidades de cómputo y responder a las demandas del contexto en el que se inserta el problema, como señala Turing, interviniendo oportunamente cuando el problema demande la incorporación de contenidos provenientes de otras disciplinas -en el caso considerado en RMN, de la lógica formal. Si éstas no atienden a la especificidad del contexto del problema, ni a la complexión del agente que trabaja con dichas herramientas, la notación puede obturar la labor del matemático.

Bibliografía – Bloque C

Floyd J. (2017). Turing on “Common Sense”: Cambridge Resonances. In: Floyd J., Bokulich A. (eds) Philosophical Explorations of the Legacy of Alan Turing. Boston Studies in the Philosophy and History of Science, vol 324. Cham: Springer.

Floyd, J. (2013). Turing, Wittgenstein and Types: Philosophical Aspects of Turing’s ‘The Reform of Mathematical Notation and Phraseology’ (1944–5). En: Alan Turing - His work and impact. Barry Cooper y Jan van Leeuwen (eds.), Elsvier, pp. 250-254.

Turing, A.M. (1936). On computable numbers with an application to the Entscheidungsproblem. Proc. London Math. Soc. 2 (42) 230–265.

Turing, A.M. (1944–45). The Reform of Mathematical Notation (unpublished, in Collected Works).

Metodología, cronograma de actividades y evaluaciones

El seminario se propone como “seminario de investigación” de Grado y estará en relación con los temas de investigación planteados en proyectos de investigación precedentes. En su formato de seminario intensivo a dictarse durante el segundo semestre 2022 y a modo de profundización de los temas de estudio previstos en nuestro programa proponemos perfeccionar la metodología y el formato de “seminario-taller-de-escritura” iniciados en seminarios precedentes. Los participantes deberán presentar semanalmente sus reflexiones y análisis de las cuestiones discutidas en forma escrita, aunque sea brevemente, a fin de tener una base de discusión que contribuya a mejorar las técnicas de exposición, escritura, y debate filosófico.

En las primeras reuniones se planteará el marco de referencia teórico-conceptual que permita relacionar los principales temas propuestos facilitando su elaboración y perspectiva crítica. Los temas de estudio se plantearán con un enfoque histórico-sistemático. Se seleccionarán casos de estudio históricos relevantes a los temas del seminario tomando en cuenta los intereses de los participantes.

El seminario se estructura en torno a una reunión semanal con análisis del material seleccionado y discusión de tres horas cátedra que se complementará con tutorías presenciales o digitales en las que se discutirán los intereses de investigación de los participantes con vistas a un escrito final. La metodología de trabajo incluirá presentaciones individuales previamente consensuadas, así como el análisis, lectura y discusión de los textos propuestos para cada reunión del seminario. Se requerirá preparación y lecturas preliminares del material de trabajo.

En cuanto al estudio de casos históricos y sus textos fuentes, se trabajará con una selección de textos de los autores propuestos en el programa del seminario. En cada caso la consideración de toda bibliografía complementario, así como la selección de fuentes pertinentes serán indicadas en clase. Si bien el presente seminario está en continuidad con seminarios anteriores, su cursado no presupone conocimiento previo del material, aunque será imprescindible contar con conocimiento básico de los temas en filosofía de la práctica matemática y los aspectos cognitivos que están involucrados.

Condiciones para cursar el seminario y evaluaciones

Se procederá de acuerdo con el régimen oficial en vigencia establecido por el HCD de la Facultad de Filosofía y Humanidades. Los participantes deberán realizar lecturas y preparación semanales del material de estudio relevante a los contenidos propuestos. Las reuniones semanales se complementan con tutorías individuales cuyos horarios podrán acordarse personalmente o por vía electrónica. Se esperará de los participantes la presentación de un tema en el seminario que formará la base del escrito final del seminario. Los participantes del presente seminario tendrán ocasión de discutir sus temas de interés seleccionados para el escrito final del seminario a partir del programa propuesto.

Evaluación final y cierre del seminario

La evaluación final del seminario incluye la preparación de un escrito que será defendido en el marco del seminario y eventualmente en un coloquio final. Más allá de la participación individual en las reuniones del seminario, los temas de los trabajos finales se discutirán en Tutorías individuales que serán fijadas en cada caso individualmente. La participación exitosa en el seminario requiere lecturas y preparación semanal.

Destinatarios

El seminario si bien se dirige principalmente a alumnos avanzados del Área lógico-epistemológica de la carrera de filosofía, está abierto a estudiantes de todas las áreas que estén interesados en los temas de estudio y posean formación básica en los temas del área y en la temática en torno a la filosofía e historia de la práctica matemática.

Seminario comienza: 26 de agosto 2022

Seminario finaliza: 11 de noviembre 2022

Reuniones semanales del seminario: viernes de 10.30 a 13.30

Tutorías: a fijar individualmente con los participantes del seminario.

Carga horaria total: 40 horas

Consultas: ngoethe@ffyh.unc.edu.ar

normagoethe@yahoo.com.ar