

Asignatura: " **Filosofía de la Matemática**"

Docente a cargo: Mgter. Aída Sandra Visokolskis

Año académico: 2015, segundo cuatrimestre.

1. Fundamentación

La filosofía de la matemática suele ser descripta, desde una perspectiva clásica, como una disciplina en busca de la discusión en torno a los fundamentos de la matemática, concentrada sobre todo en el problema de la justificación del conocimiento ya adquirido, lo cual ha llevado a una caracterización inicial de la misma reducida al desarrollo de tres corrientes o escuelas (logicismo, formalismo e intuicionismo) que florecieron en el período 1900-1930, y que ya hacia los años '40 mostraron ser inadecuados. Ello implicó un agregado de corrientes posteriores pero no un cambio fundamental en el estilo "fundacional" de concebir la matemática.

A su vez, las temáticas que dichas escuelas abarcaron, usualmente se concentraron en problemas de su propia época, ignorando casi por completo los desarrollos históricos previos al período en que emergieron estas corrientes. Para ellas, en general la filosofía de la matemática parece no tener que ver con la historia de esta disciplina. Una filosofía de la matemática que se precie de estar actualizada tampoco debe obviar las discusiones contemporáneas, ya en gran parte ajenas a los planteos justificacionistas de los años '30, y más afines con posiciones cuasi-empiristas -pero no exclusivamente- ligadas a la práctica matemática misma, que implique, entre otras cosas, no sólo la narración de los éxitos obtenidos sino también de los fracasos en la investigación matemática.

Se propone discutir en esta materia una clase alternativa de problemas, diferentes de aquellos referidos a las tres tradicionales escuelas de filosofía de la matemática mencionadas.

Ello lleva a considerar problemas tales como: la realidad o ficción de ciertos simbolismos y/o técnicas matemáticas, los diversos tipos de metodologías de instauración y de validación de resultados matemáticos, la distinción entre explicación y justificación en matemática asociada a las ideas de intuición y de comprensión, la cuestión de una matemática a priori versus una a posteriori, y la división entre matemática pura y aplicada, entre otros.

El tratamiento de estos problemas filosóficos será llevado a cabo no de manera aislada sino en contextos matemáticos precisos, a saber, en el marco del desarrollo de la geometría a lo largo de la historia por un lado, y del concepto de número por el otro.

La geometría y la teoría de números constituyen ambos, grandes campos del saber matemático que abarcan desde temáticas muy elementales hasta alcanzar un grado alto de sofisticación. La profundidad y el alcance del desarrollo de estos temas se hará en función de los conocimientos matemáticos de los alumnos, llegado el caso pudiendo regular el material de estudio al nivel dado.

La inserción de temas filosóficos en contextos matemáticos que varían a lo largo del tiempo y del espacio en que se desarrollan tiene estrictamente que ver con el modo peculiar de interpretar la filosofía de la matemática desde la práctica matemática misma.

El enfoque filosófico centrado en las prácticas matemáticas busca desviar la atención fuera de los clásicos cuestionamientos referidos a los significados últimos, los portadores de verdad, los elementos fundadores y legitimadores de las demostraciones matemáticas, y los principios elementales que subyacen a esas prácticas, entre otras cuestiones, ítems todos estos propios de posturas filosóficas deudoras de la tradición fundadora.

Es por ello que esta materia se centrará en aquellas perspectivas de la filosofía de la matemática que tienen su origen y/o incidencia en las prácticas matemáticas mismas. Ello nos lleva a situar el debate de la filosofía de la matemática contemporánea en torno a los centros de investigación matemática, así como también en los trabajos de los filósofos e historiadores que se concentran en la explicitación de la experiencia matemática, además de la práctica matemática en niveles pre-universitarios, a través de la educación matemática.

Se intenta pues discutir y criticar la idea que la matemática es un cuerpo unitario al margen de su historia y de las particularidades, circunstancias o situaciones en las que su quehacer se articula social y culturalmente en torno a instituciones, prácticas y tradiciones.

2. Objetivos

- 2.1.** Introducir a los participantes del curso en los rudimentos básicos y las discusiones centrales que se encuadran dentro de la actual filosofía e historia de la matemática, así como en corrientes antecedentes, como un primer paso hacia la investigación en temas de esta área.
- 2.2.** Presentar las diversas perspectivas de la práctica matemática, sus orígenes, sus críticas y su evolución en la historia, y sus relaciones con otros campos del conocimiento.
- 2.3.** Revisar las posiciones actuales en torno a la filosofía de la matemática y sus aportes al desarrollo científico, estimando el papel que las mismas juegan en la vida cotidiana y en su relación con las demás ciencias.
- 2.4.** Proponer una revisión sistemática de algunos episodios de la historia de la matemática desde sus inicios orientales y occidentales, situando en ellos

las problemáticas filosóficas que contribuyeron al desarrollo de esta disciplina.

- 2.5.** Analizar posiciones filosóficas en torno a la matemática que revalorizan la práctica matemática en el desarrollo de estudios de caso concretos a lo largo de la historia.
- 2.6.** Incentivar a la búsqueda de problemas concretos a resolver en el contexto filosófico-matemático, así como a la profundización en temáticas afines, aspirando a lograr su posterior participación e inserción en seminarios de extensión y en proyectos de investigación en torno a la filosofía de la matemática.

3. Contenidos Mínimos (Programa Sintético)

3.1. Módulo I: La filosofía de la matemática como disciplina filosófica.

Sus orígenes. Las tres corrientes filosóficas fundadoras: logicismo, intuicionismo y formalismo. Posiciones filosóficas posteriores hasta nuestros días. Crítica a las corrientes filosóficas sustentadas en los sistemas teóricos. Introducción de vertientes de la filosofía de la matemática basadas en la práctica matemática.

3.2. Módulo II: La práctica matemática.

Saber mediado por prácticas. Concepciones filosóficas de la práctica. La relación entre práctica y lenguaje y las posiciones filosóficas que incita. La práctica y su inserción en el ámbito científico en general y en la matemática en particular.

3.3. Módulo III: La matemática en torno a la creación y el uso de símbolos y técnicas.

3.3.1. Historia

3.3.1.1. Instrumentos de medición y conteo.

3.3.1.2. Problemas matemáticos limitados o promovidos por la adopción de técnicas y/o símbolos determinados.

3.3.1.3. Clasificaciones historiográficas de períodos matemáticos guiados por la progresión simbólica.

3.3.2. Filosofía

3.3.2.1. Naturaleza ontológica de símbolos y técnicas: realismos y ficcionalismos.

3.3.2.2. Adopción de metodologías de instauración de símbolos y técnicas: análisis y síntesis.

3.3.2.3. Problemas epistemológicos: la distinción en torno a la explicación y la justificación en matemática.

3.4. Módulo IV: La geometría, su historia y filosofía.

3.4.1. Historia

- 3.4.1.1.** La geometría y sus raíces no europeas.
- 3.4.1.2.** La geometría pitagórica y platónica.
- 3.4.1.3.** La geometría euclídea.
- 3.4.1.4.** Geometrías no euclídeas.

3.4.2. Filosofía

- 3.4.2.1.** La geometría y su incidencia en la distinción a priori - a posteriori.
- 3.4.2.2.** Matemática pura y aplicada.
- 3.4.2.3.** De la representación de la realidad a la descripción de teorías geométricas.

3.5. Módulo V: El número, su historia y filosofía.

3.5.1. Historia

- 3.5.1.1.** El número y sus raíces no europeas.
- 3.5.1.2.** Otras fuentes antiguas de la aritmética. Las ampliaciones numéricas posteriores.
- 3.5.1.3.** Números negativos, irracionales e imaginarios: su inserción y aceptación.
- 3.5.1.4.** La constitución de los números reales y la naturaleza del continuo.

3.5.2. Filosofía

- 3.5.2.1.** Influencia en el pensamiento matemático de las corrientes algebristas, computacionales y teoréticas, en torno al concepto de número.
- 3.5.2.2.** Discusiones filosóficas acerca de los conceptos de abstracción, generalización, axiomatización, formalización.
- 3.5.2.3.** El estatuto epistemológico de los números negativos, irracionales e imaginarios.
- 3.5.2.4.** Naturaleza ontológica del número: realismos y ficcionalismos en la adopción de los diferentes sistemas numéricos.

3.6. Módulo VI: Hacia una filosofía de la práctica matemática.

Perspectivas dominantes en filosofía de la matemática desde sus inicios como disciplina sistemática, en dirección hacia posiciones contemporáneas. Recorrido sucinto de las mismas. Descripción ontológica, metodológica y epistemológica. La importancia de la matemática situada histórica, espacial y culturalmente en las prácticas mismas.

4. Cronograma Tentativo Detallado por Clases (32 en total)

- 4.1. **Clases 1-3.** Desarrollo del Módulo I.
- 4.2. **Clases 4-10.** Desarrollo del Módulo II.
Evaluación parcial del módulo II. (Tarea a ser llevada a cabo fuera de clase y entregada en plazo prefijado)
- 4.3. **Clases 11-17.** Desarrollo del Módulo III.
Evaluación parcial del módulo III. (Tarea a ser llevada a cabo fuera de clase y entregada en plazo prefijado)
- 4.4. **Clase 18-24.** Desarrollo del Módulo IV.
Evaluación parcial del módulo IV. (Tarea a ser llevada a cabo fuera de clase y entregada en plazo prefijado)
- 4.5. **Clase 25-30.** Desarrollo del Módulo V.
- 4.6. **Clase 31-32.** Desarrollo del Módulo VI.

5. Bibliografía Básica

-  ASPRAY, W. & Ph. KITCHER (ED.) (1988): *History and Philosophy of Modern Mathematics*. Minneapolis: University of Minnesota Press.
-  BENACERRAF, P. & PUTNAM, H. (1964): *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc..
-  BETH, E. W. (1959): *The Foundations of Mathematics*. Amsterdam: North-Holland Publishing Company.
-  BILLET, S. (Ed.) (2010): *Learning Through Practice. Models, Traditions, Orientations and Approaches*. New York: Springer.
-  BOCHNER, S. (1991): *El papel de la matemática en el desarrollo de la ciencia*. Trad. M. Martínez Pérez. Madrid: Alianza Editorial.
-  CAJORI, F. (1993): *A History of Mathematical Notations*. Two Volumes. New York: Dover Publications, Inc..
-  CELLUCCI, C. & D. GILLIES (Eds.) (2005): *Mathematical Reasoning and Heuristics*. London: King's College Publications.
-  COURANT, R. & ROBBINS, H. (1979): *¿Qué es la Matemática? Una Exposición Elemental de sus Ideas y Métodos*. Trad. Luis Bravo Gala. Madrid: Aguilar.
-  CURRY, H. B. (1977): *Foundations of Mathematical Logic*. New York: Dover Publications, Inc..
-  DAVIS, Ph. & HERSH, R. (1981): *The Mathematical Experience*. Boston: Birkhäuser Houghton Mifflin Company Boston.
-  DAVIS, Ph., HERSH, R. & MARCHISOTTO, E. A. (1995): *The Mathematical Experience. Study Edition*. Boston: Birkhäuser Boston.
-  EVES, H. (1969): *Estudio de las Geometrías*. México: UTEHA.
-  FREGE, Gottlob (1996): *Escritos Filosóficos*. Edic. Jesús Mosterín.

Editorial Crítica: Barcelona.

- 📖 GHEVERGHESE JOSEPH, G. (1996): *La cresta del pavo real. Las matemáticas y sus raíces no europeas*. Trad. J. Cárdenas. Madrid: Ediciones Pirámide S.A..
- 📖 GIAQUINTO, M. (2002): *The Search for Certainty. A Philosophical Account of Foundations of Mathematics*. New York: Oxford University Press.
- 📖 GIAQUINTO, M. (2007): *Visual Thinking in Mathematics. An Epistemological Study*. New York: Oxford University Press.
- 📖 GILLINGS, R. J. (1972): *Mathematics in the Time of Pharaohs*. New York: Dover Publications, Inc..
- 📖 GÖDEL, K. (1981): *Obras Completas*. Trad. Jesús Mosterín. Madrid: Alianza Editorial.
- 📖 GROSHOLZ, E. R. & H. BREGER (Eds.) (2000): *The Growth of Mathematical Knowledge*. Dordrecht: Kluwer Academia Press.
- 📖 GROSHOLZ, E. R. (2007): *Representation and Productive Ambiguity in Mathematics and the Sciences*. Oxford: Oxford University Press.
- 📖 HACKING, I. (2014): *Why is There Philosophy of Mathematics at All?* Cambridge: Cambridge University Press.
- 📖 HERSH, R. (1997): *What is Mathematics really?* Oxford: Oxford University Press.
- 📖 HILBERT, D.(1992): *Foundations of Geometry*. Second English Edition. Tranl. Leo Unger. Illinois: Open Court. La Salle.
- 📖 HØYRUP, J. (1994): *The Antecedents of Algebra*. Preprint.
- 📖 _____ (1994): *Old Babylonian Math Procedure Texts*. Preliminary Manuscript.
- 📖 JACQUETTE, D. (2002): *Philosophy of Mathematics. An Anthology*. Massachussets: Blackwell Publishers Inc..
- 📖 KATZ, V. (Ed.) (2000): *Using History to Teach Mathematics. An International Perspective*. MAA Notes. Massachussets: The Mathematical Association of America.
- 📖 KITCHER, Ph (1983): *The Nature of Mathematical Knowledge*. New York: Oxford University Press.
- 📖 KLINE, M. (1972): *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*. Oxford: Oxford U. Press.
- 📖 _____ (1985): *La pérdida de la certidumbre*. Trad. A. Ruiz Merino. Madrid: Siglo XXI.
- 📖 KNEALE, W. & KNEALE, M.(1980): *El desarrollo de la Lógica*. Trad. Javier Muguerza. Madrid: Editorial Tecnos.
- 📖 KÖRNER, S. (1974): *Introducción a la Filosofía Matemática*. Trad. Carlos Gerhard. México: Siglo XXI Editores, S.A.
- 📖 LADRIÈRE, J. (1969): *Limitaciones internas de los formalismos*. Trad. José Blasco. Madrid: Editorial Tecnos.
- 📖 LAKATOS, I. (1976): *Proof And Refutations. The Logic of Mathematical Discovery*. Ed. J. Worrall & E. Zahar. Cambridge: Cambridge University Press.
- 📖 LAKATOS, I. (1978): *Matemáticas, ciencia y epistemología*. Trad. D. Ribes Nicolás. Madrid: Alianza Editorial.
- 📖 MANCOSU, P. (2008): *Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Seventeenth Century*. New York: Oxford University Press.

- MANCOSU, Paolo (Edit)(2005): *Visualization, Explanation and Reasoning Styles in Mathematics*. The Netherlands: Springer .
- MANCOSU, P. (Edit)(2008): *The Philosophy of Mathematical Practice*. New York: Oxford University Press.
- MARTÍNEZ, S. F. (2003): *Geografía de las prácticas científicas*. México: UNAM.
- MARTÍNEZ, S. F. & J. M. ESTEBAN (Comp.) (2008): *Normas y prácticas en la ciencia*. México: UNAM.
- MARTZLOFF, J-C. (1987): *A History of Chinese Mathematics*. New York: Springer.
- MAZA GÓMEZ, C. (2003): *Las matemáticas en el Antiguo Egipto*. Sevilla: Universidad de Sevilla.
- NAGEL, E. & NEWMAN, J. R.(1958): *Gödel's Proof*. New York: New York University Press.
- NEUGEBAUER, O.(1969): *The Exact Sciences in Antiquity*. New York: Dover Publications.
- ORE, O. (1948): *Number Theory and Its History*. New York: Dover Publications, Inc..
- POLYA, G. (1954): *Mathematics and Plausible Reasoning*. Princeton: Princeton University Press.
- POLYA, G. (1954): *Patterns of Plausible Inference*. Two volumes. Princeton: Princeton University Press.
- _____ (1965): *Cómo Plantear y Resolver Problemas*. Trad. Julián Zugazagoitia. México: Editorial Trillas.
- _____ (1977): *Mathematical Methods in Science*. Washington D.C.: The Mathematical Association of America.
- PUTNAM, H. (1975): *What is Mathematical Truth?* En *Historia Mathematica* 2, pp. 529-543. (Reimpreso en Putnam, 1975, *Mathematics, Matter and Method*, pp. 60-78).
- _____ (1975): *Mathematics, Matter and Method. Philosophical Papers*. Vol. 1. Cambridge: Cambridge University Press. 2nd. ed., 1985.
- RUSSELL, Bertrand(1988): *Introducción a la Filosofía Matemática*. Trad. Mireia Bofia. Buenos Aires: Editorial Paidós.
- SCHIRN, M. (2005): *The Philosophy of Mathematics Today*. Oxford: Clarendon Press.
- SHAPIRO, S. (1997): *Philosophy of Mathematics: Structure and Ontology*. Oxford: Clarendon Press.
- SHAPIRO, S. (Ed.) (2005): *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*. Oxford: Oxford University Press.
- SMITH, D. E. & Y. MIKAMI (2004): *A History of Japanese Mathematics*. New York: Dover Publications.
- STEINER, M. (2002): *The Applicability of Mathematics as a Philosophical Problem*. Harvard: Harvard University Press.
- SZABO, A. (1977): *Les Debuts des Mathematiques Grecques*. Paris: Vrin.
- VAN KERKHOVE, B. (Ed.) (2009): *New Perspectives on Mathematical Practices. Essays in Philosophy and History of Mathematics*. New Jersey: World Scientific.
- VAN KERKHOVE, B. & J. P. VAN BENDEGEM (Eds.) (2010): *Perspectives on Mathematical Practices. Bringing Together Philosophy of Mathematics,*

Sociology of Mathematics and Mathematics Education. The Netherlands: Springer.

📖 VEGA REÑÓN, L. (1990): *La Trama de la Demostración*. Madrid: Alianza Editorial.

📖 WILDER, R. (1952): *The Foundations of Mathematics*. New York: John Wiley & Sons.

📖 _____ (1968): *The Evolution of Mathematical Concepts*. New York: John Wiley & Sons.

6. Bibliografía ampliatoria

Se indicará bibliografía complementaria en clase y en horarios de consulta.

7. Metodología y régimen de evaluación

La metodología a aplicar consiste en el análisis y discusión del material específico aportado, además de otros alternativos sugeridos complementariamente a lo largo del curso. Se supone una participación activa de parte de los asistentes, motivo por el cual será imprescindible la lectura del material señalado previo a la clase correspondiente.

A fin de cumplir con los requisitos de evaluación, los alumnos del curso deberán respetar la normativa vigente correspondiente a los requisitos de aprobación para promocionar, regularizar o rendir como libres. Ello implica que:

- (a) deberán asistir al 80% de las clases;
- (b) participarán activamente de las discusiones grupales en clase durante el curso;
- (c) rendirán y aprobarán las evaluaciones parciales al final de cada tema previsto en el programa. Podrán recuperar una vez cada uno de estos parciales, en fechas a convenir en cada caso con el Profesor. Estas evaluaciones parciales serán realizadas como tareas externas a las clases y entregadas en plazos a fijarse en cada caso.
- (d) presentarán un trabajo monográfico como cierre del curso, sobre temas relativos al programa, que deberán ser antes consultados y acordados con el docente a cargo del curso. Se hará un seguimiento de su elaboración;
- (e) defenderán en un coloquio final oral (en fechas de exámenes fijadas por Despacho de Alumnos) los trabajos monográficos elaborados, previa aprobación de los mismos por parte del docente a cargo del curso.

8. Distribución horaria y días asignados

Dos módulos de dos horas reloj, a lo largo de 16 semanas. Total: 64 horas de carga horaria, distribuidas en 32 clases.

Aula y horario: martes y viernes de 16 a 18 horas en aula a confirmar (Sujeto a confirmación por la Secretaría de la Escuela de Filosofía).

Inicio y Finalización del Curso: a confirmar. Están fijados por la Secretaría de la Escuela de Filosofía.

9. Fechas tentativas de evaluaciones

Las correspondientes a los turnos habituales de examen fijados por Despacho de Alumnos.

Entrega de monografías: al menos dos semanas antes de alguna fecha de examen.